Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Guanajuato

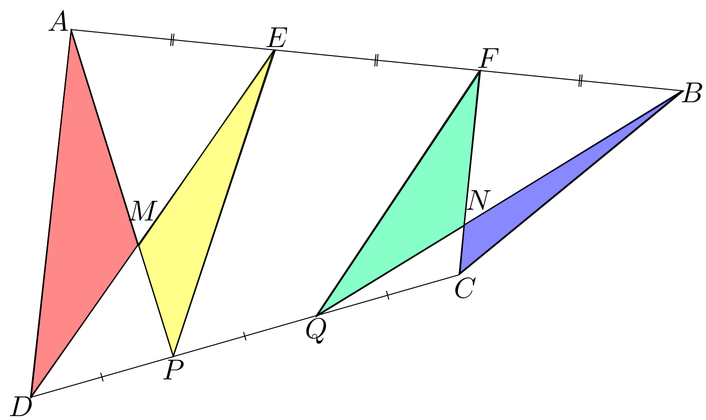
**Sábado 25 de octubre** | CIMAT Guanajuato

# Selectivo Final, Día 1

---

**Problema 1.**
Sean $a, b, c$ enteros positivos y distintos para los cuales $a$ divide a $b + c$; $b$ divide a $a + c$ y $c$ divide a $a + b$. Dado que $abc \leq 2025$ ¿cuál es el mayor valor que puede tomar $a + b + c$?

**Problema 2.**
Los lados $AB$ y $CD$ del cuadrilátero convexo $ABCD$ están divididos, cada uno, en tres partes iguales mediante los puntos $E$, $F$, $P$ y $Q$ de tal manera que $AE = EF = FB$ y $DP = PQ = QC$. Las diagonales de $AEPD$ y de $FBCQ$ se intersectan en $M$ y $N$, respectivamente. Probar que área$(AMD)$ + área$(BNC)$ = área$(EMP)$ + área$(FQN)$.




**Problema 3.**
Demuestra que, para diferentes elecciones de signos $+$ y $-$, la expresión

$$\pm 1 \pm 2 \pm 3 \pm \cdots \pm (4n + 1),$$

da todos los impares positivos menores o iguales que $(2n + 1)(4n + 1)$.